ರಚನಾತ್ಮಕ ನಿರೂಪಣೆಯ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ:

ಸುವರ್ಣ ಆಯತಾಕಾರದಿಂದ ಸುವರ್ಣ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಅವನ್ನೂ ಮೀರಿ .... ಭಾಗ 2

ಮೈಕಲ್ ಡಿ ವಿಲಿಯರ್ಸ್

ಈ ಲೇಖಕರು 2017ರ ಎಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್ ಮಾರ್ಚ್ ಸಂಚಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಆರಂಭಿಸಿದ ಸಂಶೋಧನಾತ್ಮಕ ಲೇಖನಮಾಲೆಯ ಮುಂದುವರಿದ ಭಾಗವಾಗಿದ್ದು, ಇದರ ಮೊದಲಿನ ಭಾಗವು ಈ ಕೊಂಡಿಯಲ್ಲಿ ಲಭ್ಯವಿದೆ: http://teachersofindia.org/en/ebook/golden-rectangle-golden-quadrilaterals-and-beyond-1. ಸುಪ್ರಸಿದ್ಧವಾದ ಸುವರ್ಣ ಆಯತವನ್ನು ರಚನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ವಿವಿಧ ಸುವರ್ಣ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಅವುಗಳು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತ ಫೈ (Phi ϕ)ನ ಕೆಲವು ಗುಣಗಳನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದರ ಮೇಲೆ ಈ ವಿಚಾರ ಮಂಡನೆಯು ಕೇಂದ್ರಿತವಾಗಿದೆ. ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿ ಇರುವ ವಸ್ತುಗಳ ಗುಣಗಳನ್ನು ಮಾರ್ಪಡಿಸಿ ಅಥವ ಚಾಲ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಹೊಸ ವಸ್ತುಗಳ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಕೈಗೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ರಚನಾತ್ಮಕ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಡಿ ವಿಲಿಯರ್ಸ್ ಮಂಡಿಸಿದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದ ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ(2017) ಸುವರ್ಣ ಆಯತ, ಸುವರ್ಣ ವಜ್ರಾಕೃತಿ, ಸುವರ್ಣ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ವಿವಿಧ ಸಂಭವನೀಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಲಾಯಿತು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಗುಣಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು 'ನೋಡಲು ಆಕರ್ಷಕ' ಎಂಬ ಅಂಶದ ಮೇಲೆ ಹೋಲಿಸಲಾಯಿತು.

ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ನಾವು ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟಗಳಿಗೆ ಸಂಭವನೀಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳತ್ತ ಮೊದಲಿಗೆ ಗಮನ ಹರಿಸಿ, ನಂತರ ಸುವರ್ಣ ಷಡ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಂಭವನೀಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದತ್ತ ಗಮನ ಹರಿಸೋಣ.

'ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ'ದ ರಚನಾತ್ಮಕ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ

ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ರಚನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಹೇಗೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು? ಇದಕ್ಕೆ ಹಲವಾರು ಸಂಭವನೀಯ ಆಯ್ಕೆಗಳಿವೆ. ಚಿತ್ರ 8 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 60° ಲಘುಕೋನ ಇರುವ ಸುವರ್ಣ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಿಂದ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಯನ್ನು ಮೊದಲಿಗೆ ನಿರ್ಮಿಸಲು ಆಲೋಚಿಸುವುದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ

ಮುಖ್ಯ ಪದಗಳು: ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತ, ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ, ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟ, ಸುವರ್ಣ ಷಡ್ಭುಜ, ಸುವರ್ಣ ತ್ರಿಕೋನ, ಸುವರ್ಣ ಆಯತಾಕಾರ, ಸುವರ್ಣ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ಸುವರ್ಣ ವಜ್ರಾಕೃತಿ, ರಚನಾತ್ಮಕ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ

ಚಿತ್ರ 8. ಎರಡು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ರಚನೆ

ಎನಿಸುತ್ತದೆ (ಮೊದಲ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ABXD, ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ AXCD). ಮೇಲೆ ಕಾಣಿಸಿರುವ ಮೊದಲ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಯಲ್ಲಿ AD // BC ಇದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಕೋನ ABC = 60° ಇದ್ದರೆ ಮತ್ತು (ಚಿಕ್ಕ ಸಮಾಂತರ) ಬಾಹು ಹಾಗೂ 'ಪಾದ' AB ಗಳು ಸುವರ್ಣ

ಅನುಪಾತ ಫೈ ನಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಆ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುವುದೆಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ.

ಮೊದಲನೆಯ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುವ ಅಂಶಗಳೆಂದರೆ ತ್ರಿಕೋನ DXC ಸಮಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ XC = a. ತತ್ಕಾರಣ, BC/AD = (phi + 1)/phi, ಮತ್ತು ಇದು ಸಹ phi^1 ಗೆ ಸಮವಾಗಿದೆ . ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾದ AED ಮತ್ತು CEB ಗಳ ಸದೃಶತೆಗಳೊಡನೆ ಸೇರಿಸಿ ನೋಡಿದಾಗ CE/EA = BE/ED = phi ಎಂಬ ಸಂಬಂಧವೂ ವ್ಯಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನೇ ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧದಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುವುದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಕರ್ಣಗಳ ಪರಸ್ಪರ ವಿಭಜನೆಯೂ ಸಹ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ. ಎಷ್ಟು ಸೊಗಸು!

ಆದರೆ, ಎರಡನೆಯ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ AD/BC = phi/ (phi – 1) = (phi + 1) = phi^2. ಅಲ್ಲದೆ, ಎರಡನೆಯ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ, ಮೊದಲನೆಯ ರಚನೆಗೆ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತವಾಗಿ, ಉದ್ದವಾದ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹು AD ಯು 'ಪಾದ' AB ಯೊಡನೆ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ ಮತ್ತು 'ಪಾದ' AB ಯು ಗಿಡ್ಡವಾದ BC ಬಾಹುವಿನೊಡನೆ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಬಾಹುಗಳು ಅತಿ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಬಾಹುವಿನಿಂದ ಅತಿ ಉದ್ದವಾದ ಬಾಹುವಿನೆಡೆಗೆ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತವೆ; ಇದೂ ಸಹ ಮನಮೋಹಕವೇ!

ಚಿತ್ರ 5 ರಲ್ಲಿ ಸುವರ್ಣ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಉಪಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿದಂತೆಯೇ, ಚಿತ್ರ 8 ರ ಮೊದಲ ರಚನೆಯಾಗಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಉಪ ವಿಭಜಿಸಿ, ಕ್ರಮವಾಗಿ ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಅಥವ ಎರಡು ತುದಿಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ, ಇದು ಮೂಲ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಂತಹದ್ದೇ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ರಚನೆ ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದು ಸುಸ್ಪಷ್ಟ. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ರಚಿತಗೊಂಡ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು (ಅತಿ ಉದ್ದವಾದ/ಅತಿ ಚಿಕ್ಕದಾದ) ಸಹ (phi + 1) ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಚಿತ್ರ 8 ರಲ್ಲಿನ ಎರಡನೆಯ ವಿಧದ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಮೊದಲನೆಯ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಿಂದ ನಿರ್ಮಿಸಿದ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯು ಸಹ ಈ ಹಿಂದೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದ ಯಾವುದೇ 'ಸುವರ್ಣ ವಜ್ರಾಕೃತಿ'ಗಳಂತೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಮೊದಲನೆಯ ರಚನೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿತವಾಗಿ, ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು ಒಂದು ABCD ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ AD // BC, ಮತ್ತು AD/AB = phi = BC/AD ಎಂದು 60° ಕೋನದ ಪ್ರಸ್ತಾಪವನ್ನು ಮಾಡದೆಯೇ ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು. ಇದು ಚಿತ್ರ 9 ರಲ್ಲಿಯೂ ವೇದ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಚಿತ್ರ 9. ಮೊದಲ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಪರ್ಯಾಯ ನಿರೂಪಣೆ

ಆದಾಗ್ಯೂ, ಇದು ನಿಜಕ್ಕೂ ಅನುಕೂಲಕರ ನಿರೂಪಣೆಯಲ್ಲ; ಏಕೆಂದರೆ ಈ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೆ ಕೋನ ABC = 60° ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ತೋರಿಸಲು ಕೊಸೈನ್ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ (ಇದರ ಪರಿಶೀಲನೆಯನ್ನು ಓದುಗರಿಗೆ ಬಿಡಲಾಗಿದೆ). ಈ ಮೊದಲೇ ಕಂಡಂತೆ, ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು

ಕೋನ ಮತ್ತು ಬಾಹುಗಳ ಅಥವ ಕರ್ಣಗಳ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತವನ್ನು ನಿರೂಪಣೆಯಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾಪಿಸುವ ಕ್ರಮವು ತಾರ್ಕಿಕ ಕ್ರಮವನ್ನು ಸಾಕಷ್ಟು ಸರಳಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ನಾವು ಗಣಿತೀಯ ನಿರೂಪಣೆ/ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳಿಗೆ ಅನುಕೂಲಕರ ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು 'ಅನುಕೂಲತೆ'ಗೆ

[1] phi ಅನ್ನು $phi^2 - phi - 1 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವೆಂದು ನಿರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದು ನಿಮ್ಮ ಗಮನದಲ್ಲಿರಲಿ. ಇದರಿಂದ phi = (phi + 1)/phi, phi = 1/(phi -1), phi/(phi +1) = phi + 1, or $phi^2 = phi + 1$. ಎಂಬುದು ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಇರುವ ಮಾನದಂಡಗಳನ್ನು ಪ್ರಮುಖವಾದುದು ಈ ಕ್ರಮದಿಂದ ಎಷ್ಟು ಸುಲಭವಾಗಿ ಅದರ ಇತರ ಗುಣಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಪ್ರಮುಖ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಅಂಶವನ್ನು ಇದು ವಿಶದಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.

ಚಿತ್ರ 10. ಮೂರನೆಯ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಮತ್ತು ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಹೊಂದುವ ಮತ್ತೊಂದು ಕ್ರಮವು ಸಹ ಸುವರ್ಣ ತ್ರಿಕೋನವೊಂದನ್ನು ಬಳಕೆಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಚಿತ್ರ 10ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಆ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ 'ಪಾದ'ಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾದ BC ಯ ಲಂಬ ವಿಭಜಕವೊಂದರಲ್ಲಿ ABC ಸುವರ್ಣ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಪ್ರತಿಬಿಂಬಿಸಿದಾಗ, ಒಂದು 'ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ'ವು ನಿರ್ಮಿತವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದರಲ್ಲಿ BC/AB ಅನುಪಾತವು phi ಆಗಿರುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು 'ತಲಬಾಹು'ವಿನಲ್ಲಿ ಮೂಡಿದ ಲಘುಕೋನವು 72° ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಕೋನ BAD = 108° ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ಕೋನ ADC = 36° ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಕೋನ ABD ಕೂಡ 36° ಆಗಿರಲೇಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ, AD = AB (= DC), ಮತ್ತು ತತ್ಫಲವಾಗಿ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಸಹ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಹಿಂದಿನ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಕಂಡಂತೆಯೇ, ಇಲ್ಲಿಯೂ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿಯೇ ವಿಭಜಿಸುತ್ತವೆ. ಮತ್ತೊಂದು ಆಸಕ್ತಿಕರ ಅಂಶವೆಂದರೆ ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು DB ಕ್ರಮವಾಗಿ 'ಸಮತಲ' ಕೋನಗಳನ್ನು C ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತವೆ.

ಚಿತ್ರ 11. ನಾಲ್ಕನೆಯ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಮತ್ತು ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಹೊಂದುವ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಕ್ರಮವು ಸಹ ABX ಸುವರ್ಣ ತ್ರಿಕೋನವೊಂದನ್ನು ಬಳಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಆರಂಭವಾಗಬಹುದು; ಆದರೆ ಈ ಬಾರಿ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ 'ಸಮತಲ'ಕ್ಕೆ ಸರಿಸಮವಾಗಿ ಒಂದು ಸದಿಶ (vector) BX ಮೂಲಕ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ, ಚಿತ್ರ 11ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ABCD ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಬಹುದು. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ಚಿತ್ರವು 3 ಸರ್ವಸಮ ಸುವರ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು

ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿಯೇ AB/AD = phi, ಮತ್ತು BC = 2AD ಆಗಿರುತ್ತದೆ (ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿಯೂ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತವಾದ 2:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿಯೇ ವಿಭಜಿಸುತ್ತವೆ). ಚಿತ್ರ 8ರ ಮೊದಲ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಾಣಬರುವ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು ಬಹಳ 'ಅಗಲ' ಎಂದೂ, ಚಿತ್ರ 10 ರಲ್ಲಿ ಕಾಣಬರುವುದು ಬಹಳ 'ಎತ್ತರ' ಎಂದೂ, ಮತ್ತು ತತ್ಕಾರಣ ಇವು ಅನಾಕರ್ಷಕವೆಂಬ ವಾದವನ್ನು ಕೆಲವರು ಮುಂದಿಡಬಹುದಾದರೂ, ಚಿತ್ರ 10ರಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 8ರಲ್ಲಿನ ಎರಡನೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಆಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಗಮನಾರ್ಹ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳೇನೂ ಇಲ್ಲ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಎಲ್ಲ ನಾಲ್ಕು ಸಂದರ್ಭಗಳು ಅಥವ ವಿಧಗಳೂ ಆಸಕ್ತಿಕರ ಗಣಿತೀಯ ಗುಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಅರಿಯಲು ಅರ್ಹವಾಗಿವೆ.

ಚಿತ್ರ 12. 3ನೆಯ ರೀತಿಯ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು

ಪ್ರಾಯಶಃ ಚಿತ್ರ 9 ರಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿತವಾದ ಮತ್ತು ರಚಿತವಾದ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಕೊಂಚ ಅನುಕೂಲಕರವಾಗಿ ಹೂಡಬಹುದಾದ ವಾದವೆಂದರೆ, ಚಿತ್ರ 12 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಈ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು ಸಾಮಾನ್ಯ ಪೀನ ಪಂಚಕೋನಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ನಕ್ಷತ್ರ ಪಂಚಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.

[2] ಡಿವಿಲಿಯರ್ಸ್ (2009, ಪುಟ. 154-155; 207) ರ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಸಮಾನ ನಿಕಟಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ತ್ರಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಜೋಡಿ ನಿಕಟ, ಸರ್ವಸಮಾನ ಕೋನಗಳು ಕರ್ಣಗಳಿಂದ ಭೇದಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ ಎಂಬ ಗುಣವನ್ನು ಸಹ ಇಲ್ಲಿ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನೂ ನೋಡಿ: http://dynamicmathematicslearning.com/quad-tree-new-web.html

ಚಿತ್ರ 13: ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟದ ಮೊದಲ ಸಂದರ್ಭ

ಚಿತ್ರ 14: ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟದ ಎರಡನೆಯ ಸಂದರ್ಭ

'ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟ'ದ ರಚನಾತ್ಮಕ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ

'ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟ'ದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ರಚನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ನಿರೂಪಿಸಲು ಸಹ ಹಲವಾರು ಸಂಭವನೀಯ ವಿಧಗಳಿವೆ. ಇದನ್ನು ರಚಿಸುವ (ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ) ಸುಲಭವಾದ ವಿಧಾನವನ್ನು ಮತ್ತೆ ಸುವರ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂಲಕವೇ ಆರಂಭಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 13 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅದರ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಸಮಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. AB/BD = phi ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಮತ್ತು ರಚನೆಯ ಮೂಲಕ BD = BC, AB ಮತ್ತು BC ಗಳು ಸಹ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುವುದು ಸಹಜವೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರಚನೆಯು ನಿಮ್ನ ಸಂದರ್ಭಕ್ಕೂ ಅನುಗುಣವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ; ಆದರೆ ಇದು ಪ್ರಾಯಶಃ 'ಪೀನ ಸಂದರ್ಭ'ದಷ್ಟು ಕಣ್ಣಿಗೆ ಹಿತವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ.

ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧವೆಂದರೆ ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟದಲ್ಲಿರುವ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು, ಚಿತ್ರ 14ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ನಿರೂಪಿಸುವುದು. ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿನ x ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಎರಡು ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಸೀಮಿತವಾಗಿಸಿ ನಿರ್ಧರಿಸಿದಾಗ, ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಮೌಲ್ಯವು ದೊರಕುತ್ತದೆ:

$x = 360° /1+\phi + 2\phi^2 = 45.84°$

ಇದರಲ್ಲಿ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಗಮನ ಸೆಳೆಯುವ ಅಂಶವೆಂದರೆ B ಮತ್ತು D ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂಡುವ ಕೋನಗಳು ಸರಿಯಾಗಿ 120° ಇರುತ್ತವೆ. ಈ ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟವು ಹಿಂದಿನ ಪೀನ ಗಾಳಿಪಟಕ್ಕಿಂತ ಕೊಂಚ 'ತುಂಬಿಕೊಂಡಂತೆ' ಕಾಣುವುದರಿಂದ ಪ್ರಾಯಶಃ ನೋಡಲು ಸಹ ಚೆನ್ನಾಗಿ ಕಾಣಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಅವಲೋಕನವು ಕರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ; ಮೊದಲಿನ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಈ ಅನುಪಾತವು 2.40 (2 ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಸೀಮಿತಗೊಳಿಸಿದಾಗ) ಇದ್ದಿತು ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 14ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ 1.84 (2 ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಸೀಮಿತಗೊಳಿಸಿದಾಗ) ಇದ್ದಿತು. ಆದ್ದರಿಂದ ನಂತರದ ಸಂದರ್ಭದ್ದೇ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತ phi ಗೆ ಹತ್ತಿರವಾಗಿದೆ.

ಈ ಹಿಂದಿನ ಎರಡೂ ಗಾಳಿಪಟಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಆಕರ್ಷಕವಾಗಿ ಕಾಣಿಸಬಹುದಾದಂತಹ ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು, ನಂತರದ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರ 15 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 'ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟ'ವನ್ನು ಒಂದು (ಪೀನ[3]) ಗಾಳಿಪಟವಾಗಿದ್ದು, ಇದರ ಎರಡೂ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದೆ.

ಚಿತ್ರ 15: ಮೂರನೆಯ ಸಂದರ್ಭ: : ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟ

[3] ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತತೆಯ ಕಾರಣಗಳಿಂದಾಗಿ ನಿಮ್ನ ಗಾಳಿಪಟದ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸುವುದು ಬೇಡ.

ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕ ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬಾಹುಗಳು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ರಚಿಸಿದ ಮತ್ತು ಅದರ ಕರ್ಣಗಳೂ ಸಹ ಸರಿಸುಮಾರು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುವಂತಹ ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕವಾಗಿ ರಚಿಸಿದ ಗಾಳಿಪಟವನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದರೂ, ಕರಾರುವಾಕ್ಕಾದ ರಚನೆಯನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ ಅದರ ಒಂದು ಕೋನವನ್ನಾದರೂ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬೇಕಾದುದು ಅವಶ್ಯವಾಗಿತ್ತು. ಮೊದಲಿಗೆ ನಾನು ಮತ್ತೆ ಕೊಸೈನ್ ಸೂತ್ರವನ್ನೇ ಬಳಸಲು ಯತ್ನಿಸಿದೆ. ಇದು ಸುವರ್ಣ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿತ್ತು. ಆದರೆ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಆ ತಂತ್ರ ಯಶಸ್ವಿಯಾಗಲಿಲ್ಲ. ಕ್ರಮೇಣ, ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ, AB = 1 ಎಂದು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಂಡು, ಲಂಬಕೋನತ್ರಿಕೋನಗಳಾದ ABE ಮತ್ತು ADE ಗಳಿಗೆ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದಾಗ, ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಸಮೀಕರಣವು ಮೂಡಿತು:

$y^2 + BD^2/4\boldsymbol{\phi}^2 = 1$

y ಗಾಗಿ ಮೊದಲ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಪಡೆದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಎರಡನೆಯ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾಪಿಸಿದಾಗ BD ಸಂಬಂಧಿತವಾಗಿ ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪಡೆದೆನು:

$BD^2 - \sqrt{1- BD^2/4\boldsymbol{\phi}^2} - \boldsymbol{\phi}+1 = 0$

ಇದೊಂದು ಸಂಕೀರ್ಣ ಫಲನವಾಗಿದ್ದು, ಇದರಲ್ಲಿ BD ಯ ವರ್ಗ ಫಲನ ಮತ್ತು ವರ್ಗಮೂಲ ಫಲನಗಳೆರಡೂ ಸೇರಿವೆ. ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಅತಿ ಸುಲಭವಾದ ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ, ಚಿತ್ರ 16ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕ ರೇಖಾಗಣಿತ ತಂತ್ರಾಂಶ (ಸ್ಕೆಚ್ ಪ್ಯಾಡ್) ಬಳಸಿ ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಫಲನದ ನಕ್ಷೆ (ಗ್ರಾಫ್) ರಚಿಸಿ x ನ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು

ಚಿತ್ರ 16. ಗ್ರಾಫ್ ರಚಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ BD ಗಾಗಿ ಪರಿಹಾರ ಪಡೆಯುವುದು).

ನಿರ್ಧರಿಸುವುದಾಗಿತ್ತು ಮತ್ತು x = BD = 2.20 (2 ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಸೀಮಿತಗೊಳಿಸಿದಾಗ) ಎಂಬ ಉತ್ತರವು ದೊರಕಿತು. ಆ ಹಂತದಿಂದ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸಿ BE ಯ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಕೋನ BAD = 112.28° ಎಂಬ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಆರೋಪಿಸಿ, ಎಲ್ಲ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ, ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿದಂತೆಯೇ, ಈ ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟವು ಮೊದಲೆರಡು ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿನ ಗಾಳಿಪಟಗಳಿಗಿಂತ ಕೊಂಚ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಸಮ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ 'ತುಂಬಿಕೊಂಡಿದೆ'. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ನೋಡಲು ಹೆಚ್ಚು ಸುಂದರವಾಗಿ ಕಾಣುವುದೆಂಬ ವಾದವನ್ನು ಸಹ ಮುಂದಿಡಬಹುದು.

ಜೊತೆಗೆ, ಚಿತ್ರ 15 ರಲ್ಲಿನ ಮೂರನೆಯ ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ಆಯತಾಕಾರವು, ಅದರ ಕರ್ಣಗಳು ಸಹ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುವುದರಿಂದ, ಸುವರ್ಣ ಆಯತವಾಗಿದೆ.

ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿರಿಸಿಕೊಂಡು, ಹಿಂದಿನ ವಿಭಾಗಕ್ಕೆ ಮರುಭೇಟಿ ನೀಡಿದಾಗ, ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಐದನೆಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದೆನಿಸಿತು. ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವಾಗಿದ್ದು, ಚಿತ್ರ 17 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಅದರ ಮಧ್ಯ-ರೇಖಾಖಂಡಗಳಾದ KM ಮತ್ತು LN ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಅದರ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯು ಆಗ ಸುವರ್ಣ ವಜ್ರಾಕೃತಿ (ಅದರ ಕರ್ಣಗಳು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ) ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವೇ ಈ ಐದನೆಯ ವಿಧದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಇಂತಹ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು ಚಲ/ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆ ಆಗಬಹುದು ಮತ್ತು ಅದರ ಆಕಾರವನ್ನು ಸ್ಥಿರಗೊಳಿಸಲು ಮತ್ತಷ್ಟು ಗುಣಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಚಿತ್ರ 17ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಮೊದಲ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ BC/AD = phi ಎಂಬ ಷರತ್ತನ್ನು ವಿಧಿಸಬಹುದು ಅಥವ ಎರಡನೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿರುವಂತೆ AB = AD = DC ಎಂಬುದನ್ನೂ ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು. (ಇಲ್ಲಿ B ಮತ್ತು C ಗಳಲ್ಲಿನ ಸಮತಲ ಕೋನಗಳು DB ಮತ್ತು AC ಕರ್ಣಗಳಿಂದ ಕ್ರಮವಾಗಿ ವಿಭಜಿತವಾಗುತ್ತವೆ). ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಎರಡು ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಬಹಳ ಕಷ್ಟ ಎಂಬುದು ಸುಸ್ಪಷ್ಟ,

ಚಿತ್ರ 17. ಐದನೆಯ ಸಂದರ್ಭ: ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಮಧ್ಯ-ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಮೂಲಕ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ.

ಏಕೆಂದರೆ ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವು ಬಹಳ ಕಡಿಮೆ ಇದೆ.(ಓದುಗನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ ಈ ಅಂಶವನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು). ಮತ್ತೊಂದು ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ಅಂಶವೆಂದರೆ, ಚಿತ್ರ 17 ರಲ್ಲಿನ ರಚನೆಗೆ, ಈ ಮೊದಲೇ ಕಂಡಂತೆ, ABCD ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವು ಸುವರ್ಣ ಆಯತವಾಗಿದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ , AD ಯಿಂದAB ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

ಚಿತ್ರ 18. Figure 18. Constructing golden kite tangent to circumcircle of KLMN

ಎಲ್ಲ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು ಚಕ್ರೀಯವಾಗಿರುವುದರಿಂದ (ಮತ್ತು ಎಲ್ಲ ಗಾಳಿಪಟಗಳು ಸೀಮಾಬಂಧ(circumscribed)ದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ, 'ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟ'ದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಹೊಂದುವ ಮತ್ತು ರಚನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಮತ್ತೊಂದು ಕ್ರಮವೆಂದರೆ, ಈ ಮೊದಲು ಚರ್ಚಿಸಿದಂತಹ ಎಲ್ಲ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳ 'ದ್ವಿಮುಖ'ಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಚಿತ್ರ 10ರಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದ ಸುವರ್ಣ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ KLMN ಅನ್ನು ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 18ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಪರಿವೃತ್ತವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿರಿ. ಸುವರ್ಣ ಆಯತಾಕಾರದ ಕ್ರಮದಂತೆಯೇ, ಈಗ ನಾವು ಪ್ರತಿ ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನಗಳನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿಗೆ ರಚನೆ ಮಾಡಿ, ಈ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾದ ದ್ವಿಮುಖ 'ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟ' ABCD ಯನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಈಗ CBD ಯು ಒಂದು ಸುವರ್ಣ ತ್ರಿಕೋನ (ಆದ್ದರಿಂದ BC/BD = phi) ಮತ್ತು ಕೋನ ABC = ಕೋನ BAD = ಕೋನ ADC = 108° ಎಂದು ದೃಢಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಓದುಗರಿಗೆ ಬಿಟ್ಟಿದ್ದು. ಇವಲ್ಲದೆ ABCD ಯು K ಮತ್ತು N ಗಳು AB aಮತ್ತು AD ಗಳಿಗೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದುವಾಗಿರುವಂತಹ ಉಭಯ ಗುಣಗಳನ್ನು (KLMN ನಲ್ಲಿರುವ ಕರ್ಣಗಳಿಂದ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ವಿಭಜನೆ) ಹೊಂದಿದೆ. ಓದುಗನು AC/BD = 1.90 (2 ದಶಮಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸೀಮಿತ) ಎಂಬುದನ್ನೂ ದೃಢೀಕರಿಸಬಯಸಬಹುದು ಹಾಗೂ ಈ ಮೌಲ್ಯವು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಿಂದ ದೂರ ಇರುವುದರಿಂದ ಚಿತ್ರ 14 ಮತ್ತು 15ರಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟಗಳಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದರೆ ಇದು ವಿಸ್ತಾರವಾಗಿ, ಸಣ್ಣಗಾಗಿ ಕಾಣಬರುವುದೇಕೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಇದು ವಿವರಣೆಯಾಗಿ ಒದಗಿಬರುವುದು.

ಕಡೆಯದಾಗಿ, ಚಿತ್ರ 19 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾದ ಪೆನ್‌ರೋಸ್ ಗಾಳಿಪಟ ಮತ್ತು ಡಾರ್ಟ್ ಗಳನ್ನು ಸಹ 'ಸುವರ್ಣ ಗಾಳಿಪಟ'ವೆಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ಆಯ್ದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಕಾಣುವಂತೆಯೇ, 72° ಮತ್ತು 108° ಗಳಿರುವ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಿಂದ, ಅದರ ಉದ್ದವಾದ ಕರ್ಣವನ್ನು phi ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಿ, ಪೆನ್‌ರೋಸ್ ಗಾಳಿಪಟದ 'ಸಮ್ಮಿತೀಯ' ಕರ್ಣವು ಡಾರ್ಟ್ ನ 'ಸಮ್ಮಿತೀಯ' ಕರ್ಣದೊಡನೆ phi ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ಆಗಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಇವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಈ ರಚನೆಯಿಂದ ಪೆನ್‌ರೋಸ್ ಗಾಳಿಪಟ ಮತ್ತು ಡಾರ್ಟ್‌ಗಳೆರಡೂ ತಮ್ಮ ಬಾಹುಗಳನ್ನು phi ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹೊಂದಿರುವುದನ್ನು ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಓದುಗನಿಗೆ ಬಿಟ್ಟ ವಿಷಯವಾಗಿದೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಪೆನ್‌ರೋಸ್ ಗಾಳಿಪಟಗಳು ಮತ್ತು ಡಾರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಸಮಪ್ರದೇಶಗಳ ಮೇಲೆ ಟೈಲ್ ಗಳ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅನಿಯತ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬಳಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಟೈಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ ಸಾಗಿದಂತೆ ಪೆನ್‌ರೋಸ್ ಗಾಳಿಪಟ ಮತ್ತು ಡಾರ್ಟ್‌ಗಳ ಅನುಪಾತವು phi ನತ್ತ ಸಾಗುತ್ತದೆ (ಡಾರ್ವಾಸ್, 2007; 204).

ಮತ್ತಷ್ಟು ಆಸಕ್ತಿಕರ ಅಂಶವೆಂದರೆ, ಚಿತ್ರ 19ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಪೆನ್‌ರೋಸ್ ಗಾಳಿಪಟ ಮತ್ತು ಡಾರ್ಟ್‌ಗಳಿಂದ ರಚಿತವಾದ 'ಕೊಬ್ಬಿದ' ವಜ್ರಾಕೃತಿಯು ಸಹ ಅನಿಯತವಾಗಿ 'ಸಣ್ಣ' ಟೈಲ್‌ಗಳೊಡನೆ ಸೇರುತ್ತದೆ. 'ಸಣ್ಣ' ವಜ್ರಾಕೃತಿಯನ್ನು ಈ ಹಿಂದೆಯೇ ಚಿತ್ರ 7 ರಲ್ಲಿ ಎರಡನೆಯ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಟೈಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ ಸಾಗಿದಂತೆ 'ಕೊಬ್ಬಿದ' ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಮತ್ತು 'ಸಣ್ಣ' ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಅನುಪಾತವು phi ನತ್ತ ಸಾಗುತ್ತದೆ =(ಡಾರ್ವಾಸ್, 2007; 202). ಆಸಕ್ತ ಓದುಗರಿಗೆ ಟೈಲ್‌ಗಳ ಪೆನ್‌ರೋಸ್ ಗಾಳಿಪಟ ಮತ್ತು ಡಾರ್ಟ್‌ಗಳ ಹಾಗೂ ಮೇಲೆ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಿದ ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳ ಉದಾಹರಣಗೆಗಳು ಅಂತರ್ಜಾಲದ ಜಾಲತಾಣಗಳಲ್ಲಿ ವಿಪುಲವಾಗಿ ದೊರಕುತ್ತವೆ.

ಚಿತ್ರ 19: ಪೆನ್‌ರೋಸ್ ಗಾಳಿಪಟ ಮತ್ತು ಡಾರ್ಟ್

[4]ಡಿ ವಿಲಿಯರ್ಸ್ (2009, ಪುಟ. 154-155; 207)ದಲ್ಲಿ, ಮೂರು ಸಮಾನ ನಿಕಟ ಕೋನಗಳನ್ನುಳ್ಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗಾಳಿಪಟವನ್ನು ತ್ರಿಕೋನೀಯ ಗಾಳಿಪಟ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಜೊತೆ ನಿಕಟ, ಸರ್ವಸಮ ಬಾಹುಗಳು ಅಂತರ್ವೃತ್ತದ ಸ್ಪರ್ಶರೇಖೆಯ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ವಿಭಜಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಗುಣವನ್ನು ಸಹ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಲಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರ 19 ರಲ್ಲಿ ಇರುವ ಪೆನ್‌ರೋಸ್ ಗಾಳಿಪಟವು ತ್ರಿಕೋನೀಯ ಗಾಳಿಪಟದ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನೂ ನೋಡಿ: http://dynamicmathematicslearning.com/quad-tree-new-web.html

ಇತರ 'ಸುವರ್ಣ ಚತುರ್ಭುಜ'ಗಳನ್ನು ರಚನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ನಿರೂಪಿಸುವಿಕೆ

ಈ ಸಂಶೋಧನೆಯು ಈಗಾಗಲೇ ನಾನು ಮೊದಲು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿದುದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ದೀರ್ಘವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಓದುಗನ ಆಸಕ್ತಿ ಕುಂದುವುದಕ್ಕೂ ಮೊದಲು ಇದನ್ನು ಮುಗಿಸುವುದು ಉತ್ತಮ. ಅಲ್ಲದೆ, ರಚನಾತ್ಮಕ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕವಾಗಿ ತೋರಿಸಬೇಕೆಂಬ ನನ್ನ ಮೂಲ ಉದ್ದೇಶವನ್ನು ಆಗಲೇ ನಾನು ಪೂರೈಸಿದ್ದೇನೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇನೆ.
ಆದಾಗ್ಯೂ, ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ರೀತಿಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿದ್ದು, ಅವುಗಳ ಸಂಬಂಧಿತವಾಗಿಯೂ ಇದೇ ರೀತಿ ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ಆಯಾ 'ಸುವರ್ಣ ಚತುರ್ಭುಜ'ಗಳ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಮಾಡುವುದು ಬಾಕಿ ಇದೆ ಎಂಬುದರತ್ತ ನಿಮ್ಮ ಗಮನವನ್ನು ಸೆಳೆಯಲು ಬಯಸುತ್ತೇನೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು, ಅಂತರ್ವೃತ್ತೀಯ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು, ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು[5], ದ್ವಿಕೇಂದ್ರಿತ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು, ನೇರಕರ್ಣದ/ಶೃಂಗೀಯಕರ್ಣದ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು, ಸಮಕರ್ಣ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು, ಮುಂತಾದವು.

ಚಿತ್ರ 20. ನಿಕಟ ಬಾಹುಗಳು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ಸುವರ್ಣ ಷಡ್ಭುಜ

'ಸುವರ್ಣ ಚಕ್ರೀಯ ಷಡ್ಭುಜ'ಯ ರಚನಾತ್ಮಕ ನಿರೂಪಣೆ

ಮುಗಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಮುನ್ನ, ಷಟ್ಕೋನಗಳುಳ್ಳ 'ಸುವರ್ಣ' ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಈವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿದ ಕೆಲವು ಸುವರ್ಣ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿಗಾದರೂ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಕೈಗೊಳ್ಳಲು ಪರಿಗಣಿಸಿರೆಂದು ಓದುಗರನ್ನು ಪ್ರಚೋದಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೇನೆ.ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಆಯತಾಕಾರದ ಸದೃಶ ಸಮಾನತೆಯು ಸಮಕೋನವುಳ್ಳ, ಚಕ್ರೀಯ ಷಡ್ಭುಜ[6] ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಡಿ ವಿಲಿಯರ್ಸ್ (2011; 2016)

ತೋರಿಸಿಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಸುವರ್ಣ ಆಯತಕ್ಕೆ ಷಡ್ಭುಜದ ರೂಪದಾಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ಇರುವ ಒಂದು ಕ್ರಮವೆಂದರೆ ಚಿತ್ರ 19 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತಹ ಒಂದು ಸಮ-ಕೋನವುಳ್ಳ, ಚಕ್ರೀಯ ಷಡ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲ ಜೋಡಿ ನಿಕಟ ಬಾಹುಗಳು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕೆಂಬ ನಿಯಮವನ್ನು ವಿಧಿಸುವುದು; ಎಂದರೆ, ಒಂದು 'ಸುವರ್ಣ (ಚಕ್ರೀಯ) ಷಡ್ಭುಜ'. FA/AB = phi ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ AL/LM = phi[7] , ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವುದನ್ನು ಓದುಗರಿಗೆ ಬಿಡಲಾಗಿದೆ. ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಪ್ರಮುಖ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಗಮನಿಸುವ ಪ್ರಕೃತಿಯುಳ್ಳ ಓದುಗನು ABEF, ABCD ಮತ್ತು CDEF ಗಳು ಚಿತ್ರ 8 ರ ಮೊದಲ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ, ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದ ರೀತಿಯ ಮೂರು ಸುವರ್ಣ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳೆಂದು ಕಂಡುಕೊಂಡಿರುತ್ತಾನೆ.ಅಲ್ಲದೆ, ALNF, ABCF, ಇತ್ಯಾದಿಗಳು ಚಿತ್ರ 8 ರ ಎರಡನೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ, ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದ ಸುವರ್ಣ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳೆಂದೂ ಕಂಡುಕೊಂಡಿರುತ್ತಾನೆ.

ಚಿತ್ರ 21: ಎರಡು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಸುವರ್ಣ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸುವಿಕೆ.

ಚಿತ್ರ 21 ರಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸಿದಂತೆ ಎರಡು ವಜ್ರಾಕೃತಿಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಸುವರ್ಣ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸುವುದರಿಂದ, ನಾವು ಒಂದು ಸದೃಶ ಸುವರ್ಣ ಚಕ್ರೀಯ ಷಡ್ಭುಜಯನ್ನು ಸಹ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಕಡೆಯದಾಗಿ, ಸುವರ್ಣ ಚಕ್ರೀಯ ಷಡ್ಭುಜಯ ಒಂದು ಸಾದೃಶ ದ್ವಿಮುಖ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ, ಸಂಶೋಧಿಸುವ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಸಹ ಓದುಗರಿಗೆ ಬಿಡುತ್ತಿದ್ದೇನೆ.

ಮುಕ್ತಾಯದ ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು

ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ ಬಹುತೇಕ ಗಣಿತೀಯ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ನವೀನವಾದವು ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೂ, ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ವಸ್ತುಗಳ ಕುರಿತಾದ ಪರಿಚಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಹೊಸ ಗಣಿತೀಯ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ರಚಿಸಬಹುದು ಎಂದು ವಿಶದವಾಗಿ ಪ್ರಸ್ತುತಗೊಳಿಸುವ ಮೂಲಕ ರಚನಾತ್ಮಕ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವಿಕೆಯ ಫಲದಾಯಕ ಕ್ರಮವನ್ನು ಈ ಸಣ್ಣ ಸಂಶೋಧನೆಯು ತಕ್ಕಮಟ್ಟಿಗೆ ತೋರಿಸಿಕೊಟ್ಟಿದೆ ಎಂದು ನಂಬುತ್ತೇನೆ. ಈ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಸಾಗುವಾಗ, ಅನೇಕ ವಿಭಿನ್ನ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಗುಣಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿತವಾಗಿ ಹೋಲಿಸಬಹುದು;

[5]ಒಲಿವ್ (ದಿನಾಂಕವಿಲ್ಲ), ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಎರಡು ವಿಧವಾದ ಕೌತುಕಭರಿತ ಸುವರ್ಣ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ/ಟ್ರಪಿಝಾಯ್ಡ್ ಅನ್ನು ರಚನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುತ್ತಾರೆ.

[6]ಈ ವಿಧದ ಷಟ್ಕೋನವನ್ನು ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಕೋನ- ಷಟ್ಕೋನ ಎಂದು ಉಲ್ಲೇಖಿತ ಬರಗಳಲ್ಲಿ ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

[7]ಅಕ್ಟೋಬರ್ 2016ರಲ್ಲಿ ಒಡೋಮ್‌ರ ರಚನೆಯನ್ನು ನಾನು ಅಚ್ಚರಿಭರಿತ ಆಸಕ್ತಿಯಿಂದ ಈ ಕೊಂಡಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡೆ: http://demonstrations.wolfram.com/HexagonsAndTheGoldenRatio/ ಇದು ಈ ಫಲಿತಾಂಶದ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತವಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯಿತವಾಗಿ, ಒಡೋಮ್‌ರ ರಚನೆಯು ಸಮಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ LMN ನ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ABL, CDM ಮತ್ತು EFN ಎಂಬ ಸಮಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ವಿಸ್ತರಣೆಯು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಇದ್ದರೆ, ಆಗ ಈ

ಮೂರು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಬಾಹ್ಯ ಶೃಂಗಗಳು ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವ ನಿಕಟ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಷಟ್ಕೋನ (ಚಕ್ರೀಯ, ಸಮ-ಕೋನವುಳ್ಳ)ವನ್ನು ನಿಶ್ಚಯಿಸುತ್ತವೆ.

ಗುಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, ರಚನೆ ಅಥವಾ ಸಾಧನೆ ನೀಡುವ ಸುಲಭತೆ, ಮತ್ತು ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಸುವರ್ಣ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿತವಾಗಿ, ಪ್ರಾಯಶಃ ನೋಡುವುದಕ್ಕೆ ಆಕರ್ಷಕವಾಗಿರುವುದರ ಬಗ್ಗೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಒಂದೇ ವಸ್ತುವಿನ ಕೆಲವು ನಿರೂಪಣೆಗಳು, ಆ ನಿರೂಪಣೆಯಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದ ಇತರ ಗುಣಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿತವಾದ ತಾರ್ಕಿಕ ವ್ಯುತ್ಪನ್ನಗಳಿಗಿಂತ ಹೇಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಅನುಕೂಲಕರವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸಹ ತೋರಿಸಲಾಯಿತು.

ರಚನಾತ್ಮಕ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದ ವಿಧಿವಿಧಾನವು ಶುದ್ಧ ಗಣಿತೀಯ ಸಂಶೋಧನೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಸಿದ್ಧಾಂತ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಮತ್ತು ಪರಿಶೋಧನೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತದಲ್ಲಿ ಚಾಲ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಿದ್ಧಾಂತ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ಆರಂಭಿಕ ಘಟಕಗಳಾಗಿ ಬಳಸಿ, ನಂತರ ಅವನ್ನು ಮಾರ್ಪಡಿಸುವುದು, ಹೊಂದಿಸುವುದು, ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವುದು, ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ತನ್ಮೂಲಕ ನೂತನ ಗಣಿತೀಯ ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಪರಿಶೋಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ ಈ ಸಣ್ಣ ಪ್ರಕರಣವು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಸಂಶೋಧಕ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಬಳಸುವ ಕೆಲವು ಪ್ರಮುಖ ಸಂಶೋಧನ ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಹೊಂದಿದೆ. ಈ ವಿಧದಲ್ಲಿ, ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಎಲ್ಲಿಂದ ಉಗಮವಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಇದ್ದ ನಿಗೂಢತೆಯನ್ನು ಹೋಗಲಾಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಇಂತಹ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳು ಗಾಳಿಯಿಂದ ಹಾರಿ ಗಣಿತಜ್ಞನ ತಲೆಯಲ್ಲಿ ಸೇರಿಬಿಡುವುದಿಲ್ಲ ಅಥವ ಶಾಲಾ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಂತೆ ಇದೇನು ಮಾಯೆಯೋ ಎಂಬಂತೆ ಥಟ್ಟನೆ ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡುಬಿಡುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಥಾಪಿಸುವಲ್ಲಿ ಈ ಸಂಶೋಧನೆಗಳು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿವೆ ಎಂದು.

ತರಗತಿಯ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ, ಶಿಕ್ಷಕರೊಬ್ಬರು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಸುವರ್ಣ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿಗೆ ಅಥವ ಸುವರ್ಣ ಷಟ್ಕೋನಗಳಿಗೆ ವಿವಿಧ ಸಂಭವನೀಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಿರೆಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಕೇಳಿದರೆ, ಅವರು ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿತವಾದ ಅನೇಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಪೈಕಿ ಹಲವನ್ನು ಮಂಡಿಸುವ ಸಾಧ್ಯತೆ ಇರುತ್ತದೆ, ಅಲ್ಲದೆ ಪ್ರಾಯಶಃ ಇಲ್ಲಿ ಪರಿಶೋಧಿಸಿಲ್ಲದ ಕೆಲವನ್ನು ಸಹ ಮಂಡಿಸಬಹುದು. ಇಂತಹ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆಯು ನೈಜ ಗಣಿತ ಸಂಶೋಧನೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ನಿಖರವಾಗಿ ಅನುಕರಿಸುವುದಲ್ಲದೆ, ಗಣಿತೀಯ ಅಂಶಗಳು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಪರಿಣತಿ ಪಡೆದ ಕೆಲವೇ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ಹಕ್ಕು ಎಂಬ ಅಭಿಪ್ರಾಯವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮನದಲ್ಲಿ ಮೂಡುವ ಬದಲು, ಅವರೂ ಈ ಗಣಿತೀಯ ಅಂಶದ ಮೇಲೆ ತಕ್ಕಮಟ್ಟಿನ ಹಕ್ಕನ್ನು ಹೊಂದಿರುವವರೆಂಬ ವೈಯಕ್ತಿಕ ಮಾಲೀಕತ್ವದ ಭಾವನೆಯು ಅವರಲ್ಲಿ ಮೂಡುವಂತಾಗುತ್ತದೆ.

ಆಕರಗಳು:

1. ಡಾರ್ವಾಸ್, ಜಿ. (2001). ಸಿಮೆಟ್ರಿ. ಬಾಸೆಲ್: ಬರ್ಕ್‌ಹಾಸರ್ ವೆರ್ಲಾಗ್.

2. ಡಿ ವಿಲಿಯರ್ಸ್, ಎಂ. (2009). ಸಮ್ ಅಡ್ವೆಂಚರ್ಸ್ ಇನ್ ಯೂಕ್ಲಿಡಿಯನ್ ಜಿಯೋಮೆಟ್ರಿ. ಲುಲು ಪ್ರೆಸ್.

3. ಡಿ ವಿಲಿಯರ್ಸ್, ಎಂ. (2011). ಈಕ್ವಿ-ಆಂಗಲ್ಡ್ ಸೈಕ್ಲಿಕ್ ಅಂಡ್ ಈಕ್ವಿಲಾಟರಲ್ ಸರ್ಕಮ್‌ಸ್ಕ್ರೈಬ್ಡ್ ಪಾಲಿಗನ್ಸ್. ದ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕಲ್ ಗೆಜೆಟ್, 95(532), ಮಾರ್ಚ್, ಪುಟ. 012-106. ಪ್ರವೇಶ 16 ಅಕ್ಟೋಬರ್ 2016, ಕೊಂಡಿ: http://dynamicmathematiclearning.com/equi-anglecyclicpoly.pdf

4. ಡಿ ವಿಲಿಯರ್ಸ್, ಎಂ. (2016). ಎನ್‌ರಿಚ್ಮೆಂಟ್ ಫಾರ್ ದ ಗಿಫ್ಟೆಡ್: ಜನರಲೈಸಿಂಗ್ ಸಮ್ ಜಿಯೋಮೆಟ್ರಿಕಲ್ ಥೀರಮ್ಸ್ & ಆಬ್ಜೆಕ್ಟ್ಸ್. ಲರ್ನಿಂಗ್ ಅಂಡ್ ಟೀಚಿಂಗ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್, ಡಿಸೆಂಬರ್ 2016. ಪ್ರವೇಶ 16 ಅಕ್ಟೋಬರ್ 2016. ಕೊಂಡಿ: http://dynamicmathematicslearning.com/ICME13-TSG4-generalization.pdf

5. ಡಿ ವಿಲಿಯರ್ಸ್, ಎಂ. (2017). ಎನ್ ಎಕ್ಸಾಂಪಲ್ ಆಫ್ ಕಂಸ್ಟ್ರಕ್ಟಿವ್ ಡಿಫೈನಿಂಗ್: ಫ್ರಂ ಎ ಗೋಲ್ಡನ್ ರೆಕ್ಟಾಂಗಲ್ ಟು ಗೋಲ್ಡನ್ ಕ್ವಾಡ್ರಿಲ್ಯಾಟರಲ್ಸ್ & ಬಿಯಾಂಡ್: ಭಾಗ 1, ಎಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್, ಸಂಪುಟ 6, ಸಂಖ್ಯೆ 1, (ಮಾರ್ಚ್), ಪುಟ 64-69. 6. ಒಲಿವ್, ಜೆ. (ದಿನಾಂಕವಿಲ್ಲ). ಕಂಸ್ಟ್ರಕ್ಷನ್ & ಇನ್‌ವೆಸ್ಟಿಗೇಷನ್ ಆಫ್ ಗೋಲ್ಡನ್ ಟ್ರಪಿಝಾಯ್ಡ್ಸ್. ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿ ಆಫ್ ಜಾರ್ಜಿಯಾ, ಅಥೆನ್ಸ್, ಯುಎಸ್‌ಎ: ಕ್ಲಾಸ್‌ರೂಮ್ ನೋಟ್ಸ್. ಪ್ರವೇಶ 23 ಅಕ್ಟೋಬರ್ 2016. ಕೊಂಡಿ: http://math.coe.uga.edu/olive/EMAT8990FYDS08/GoldenTrapezoids.doc

ಮೈಕೆಲ್ ಡಿ ವಿಲಿಯರ್ಸ್ ಸಂಶೋಧಕರಾಗಿ, ಗಣಿತಜ್ಞರಾಗಿ ಮತ್ತು ವಿಜ್ಞಾನದ ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ಜಗದಾದ್ಯಂತ ಹಲವಾರು ಸಂಸ್ಥೆಗಳಲ್ಲಿ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಿದ್ದಾರೆ.ಜನವರಿ 2016ರ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಇವರು ಕ್ವಾಝುಲು-ನೇಟಲ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಿಂದ ನಿವೃತ್ತರಾದರು. ನಂತರ ಇವರನ್ನು ಸ್ಟೆಲ್ಲೆನ್‌ಬಾಷ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯವು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರೊಫೆಸರ್ ಎಕ್ಸ್‌ಟ್ರಾ ಆರ್ಡಿನೇಯ್ರ್ ಆಗಿ ನೇಮಿಸಿತು. ಅಸೋಸಿಯೇಷನ್ ಆಫ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್ ಎಜುಕೇಷನ್ ಆಫ್ ಸೌತ್ ಆಫ್ರಿಕಾ ಪ್ರಕಟಿಸುವ ಸಂಶೋಧನಾ ಪತ್ರಿಕೆಯಾದ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ನ ಸಂಪಾದಕರಾಗಿ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸಿದ ಇವರು 1997ರಿಂದ 2005ರವರೆಗೆ ಎಸ್‌ಎ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್ ಒಲಿಂಪಿಯಾಡ್‌ನ ಉಪಾಧ್ಯಕ್ಷರಾಗಿದ್ದರು ಮತ್ತು ಈಗಲೂ ಆ ಸಂಸ್ಥೆಗೆ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಇವರ ಪ್ರಮುಖ ಸಂಶೋಧನಾ ಆಸಕ್ತಿಗಳೆಂದರೆ ರೇಖಾಗಣಿತ, ಸಾಧನೆ, ಅನ್ವಯಗಳು ಮತ್ತು ಮಾದರಿಗಳು. ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರ, ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಇತಿಹಾಸ. ಇವರ ಹೋಂ ಪೇಜ್: http://dynamicmathematics-learning.com/homepage4.html. ಇವರು ಡೈನಾಮಿಕ್ ಜಿಯೋಮೆಟ್ರಿಯ ನಕ್ಷೆ/ಚಿತ್ರಗಳಿಗಾಗಿಯೇ ಒಂದು ಜಾಲತಾಣವನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಅದರ ಕೊಂಡಿ: http://dynamic-mathematicslearning.com/JavaGSPLinks.htm. ಇವರ ಸಂಪರ್ಕ ಕೊಂಡಿ: profmd@mweb.co.za.
